

ĐỀ THI ĐÁNH GIÁ TƯ DUY LẦN 1 – MÔN TOÁN

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

PHẦN I: TOÁN TRẮC NGHIỆM

Câu 36. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $8^{2x+\frac{1}{3}} - 5 \cdot 8^x + 2 = 0$

- A. $\frac{5}{4}$ B. 0 C. 4 D. 1

Câu 37.

“Vừa gà vừa chó
Bó lại cho tròn
Ba mươi sáu con
Một trăm chân chẵn”

Hỏi số gà nhiều hơn số chó mấy con?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Câu 38. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a . Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ D. $\pi a^3 \sqrt{3}$

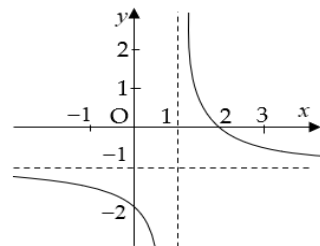
Câu 39. Các nghiệm của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$ được biểu diễn hình học bởi điểm A và điểm B trên mặt phẳng tọa độ. Độ dài của AB là

- A. 7 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{7}$ D. 5

Câu 40. Hình sau là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$)

Khi đó $ab - c$ bằng

- A. -1 B. 2
C. 0 D. -2



Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị m để hàm số $y = 3\sin 2x - 4\cos 2x - mx + 2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $[-10; +\infty)$ B. $(-\infty; -10]$ C. $[-10; 10]$ D. $[10; +\infty)$

Câu 42. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4 2x + \log_6 2x \geq 1 + \log_4 2x \cdot \log_6 2x$ là

- A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $SA = BC = a$, $AC = 2a$.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. a B. $\sqrt{2}a$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $a\sqrt{3}$

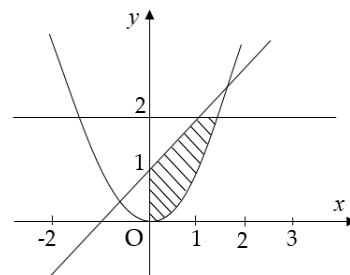
Câu 44. Một người vay ngân hàng với số tiền là 50.000.000 đồng, mỗi tháng trả góp số tiền 4.000.000 đồng vào cuối tháng và phải trả lãi suất cho số tiền chưa trả là 1% một tháng theo hình thức lãi kép. Theo quy định, nếu người vay trả trước hạn thì sẽ chịu thêm phí phạt bằng 3% số tiền trả trước hạn. Hết tháng thứ 6, người đó muốn trả hết nợ. Tổng số tiền người đó phải trả cho ngân hàng là

- A. 53.322.000 (đồng) B. 52.468.000 (đồng) C. 53.864.000 (đồng) D. 54.886.000 (đồng)

Câu 45. Cho hình phẳng D được giới hạn các đường $x = 0, y = 2, y = x + 1$ và

$y = x^2$ như hình vẽ (phần gạch chéo). Diện tích của D là

- A. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}$
C. $-\frac{1}{4} + \frac{4\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{1}{2} + \frac{4\sqrt{2}}{3}$



Câu 46. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối tứ diện đều và khối lập phương có chung mặt cầu ngoại tiếp.

Khi đó, $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho 4 điểm $A(1;5;4)$, $B(-3;1;4)$, $C(5;4;1)$, $D(-2;1;-3)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. 4 B. $\frac{15}{4}$ C. 5 D. $\frac{15}{6}$

Câu 48. Một lô hàng có 30 sản phẩm trong đó có 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 6 sản phẩm của lô hàng đó. Xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 2 phế phẩm là

- A. $\frac{2535}{2737}$ B. $\frac{2530}{2639}$ C. $\frac{253}{263}$ D. $\frac{253}{280}$

Câu 49. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và số đó chia hết cho 3.

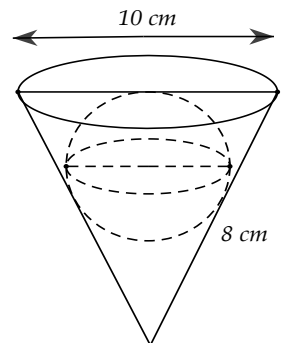
- A. 30 B. 162 C. 210 D. 180

Câu 50. Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = a - 8t$ (m/s) trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh và a là một hằng số dương. Biết rằng từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được 36m. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \in (25, 28)$ B. $a \in (15, 18)$ C. $a \in (18, 21)$ D. $a \in (23, 25)$

Câu 51. Bạn An có một cốc hình nón có đường kính đáy là 10 cm và độ dài đường sinh là 8 cm. Bạn dự định đựng một viên bi hình cầu sao cho toàn bộ viên bi nằm trong cốc (không phần nào của viên bi cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên bi có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{10\sqrt{39}}{13}$ cm B. $\frac{64}{\sqrt{39}}$ cm
C. $\frac{5\sqrt{39}}{13}$ cm D. $\frac{32}{\sqrt{39}}$ cm



Câu 52. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |z + 3i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z + 2 - i| + |z - 3 - 3i|$ bằng

- A. $\sqrt{41}$ B. $\sqrt{61}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{3}$

Câu 53. Cho S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 2x + 3) > \log_5(x^2 + 4x + 2 + m) - 1$.

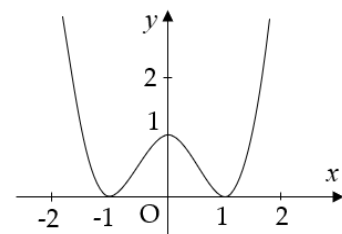
Số giá trị nguyên của tham số m để $(1; 2) \subset S$ là

- A. 29 B. 35 C. 31 D. 26

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc 4 trùng phương

có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(e^{x^2+3x+5}) - 2e^{x^2+3x+5}$ là

- A. 2 B. 1
C. 0 D. 3



Câu 55. Một nhà máy sản xuất bóng đèn trang trí với chi phí sản xuất 12 USD mỗi bóng đèn. Nếu giá bán mỗi bóng đèn là 20 USD thì nhà máy dự tính bán được 2000 bóng mỗi tháng. Nếu cứ tăng giá bán mỗi bóng đèn lên 1 USD thì số bóng đèn bán được mỗi tháng giảm đi 100 bóng đèn. Để nhà máy có lợi nhuận lớn nhất, giá bán mỗi bóng đèn là

A. 26 USD

B. 27 USD

C. 24 USD

D. 22 USD

Câu 56. Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d' đối xứng với d qua (P) là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$

Câu 57. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

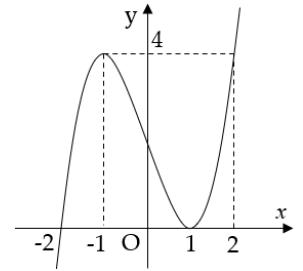
Số các giá trị nguyên của m để phương trình $f(2\sin x) = m^2 + 3m$ có đúng ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là

A. 2

B. 3

C. 4

D. 0



Câu 58. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết $SH \perp (ABC)$ với H thuộc cạnh AB thỏa mãn $AB = 3AH$. Góc tạo bởi SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là

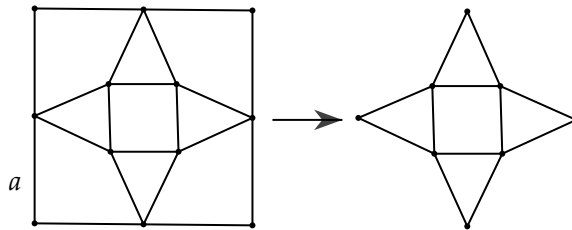
A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$

B. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$

C. $\frac{3a\sqrt{15}}{5}$

D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$

Câu 59. Cho một tấm tôn hình vuông có cạnh bằng a . Người ta cắt 4 góc của tấm tôn để được một tấm tôn mới như hình vẽ.



Từ tấm tôn mới, người ta gấp được một hình chóp tứ giác đều. Để khối chóp thu được có thể tích lớn nhất thì diện tích các miếng tôn bỏ đi là

A. $\frac{a^2}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{a^2}{3}$

C. $\frac{3a^2}{5}$

D. $\frac{2a^2}{5}$

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 4y - 6z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , đi qua $A(3;1;2)$ và cắt (S) tại 2 điểm M, N . Độ dài đoạn thẳng MN nhỏ nhất là

A. $\frac{3\sqrt{30}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{30}}{2}$

C. $2\sqrt{30}$

D. $\sqrt{30}$

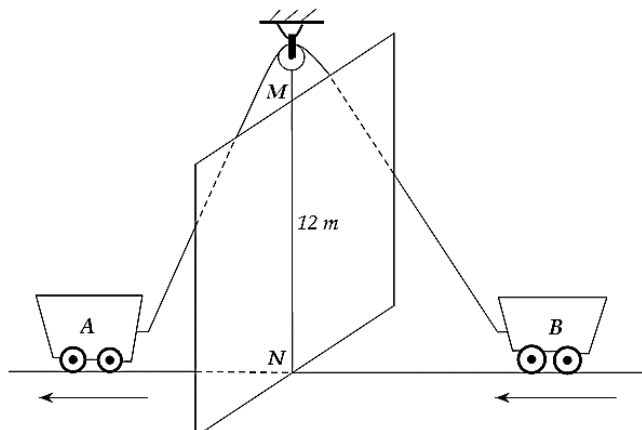
PHẦN II: TOÁN TỰ LUẬN

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $BAD = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trọng tâm G của tam giác BCD , góc giữa SA và đáy bằng 60° .

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

Câu 62. Trong hình vẽ, xe A kéo xe B bằng một sợi dây dài $39m$ qua một ròng rọc ở độ cao $12m$. Xe A xuất phát từ N và chạy với vận tốc không đổi $2m/s$ theo chiều mũi tên.



a) Đặt $AN = x, 0 \leq x \leq 18$, và $BN = y$, (đơn vị mét). Tìm một hệ thức liên hệ giữa x và y .

b) Tính vận tốc của xe B khi xe A cách N một khoảng là $5m$.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

36.B	37.D	38.B	39.C	40.A	41.B	42.D	43.C	44.A	45.D
46.B	47.C	48.B	49.D	50.D	51.A	52.B	53.C	54.B	55.A
56.B	57.C	58.A	59.C	60.C					

ĐÁP ÁN TỰ LUẬN

Câu 61:

a) $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

b) $d(AC, SB) = \frac{2a\sqrt{17}}{17}$

Câu 62:

a) $\sqrt{x^2 + 144} + \sqrt{y^2 + 144} = 39$

b) Vận tốc xe B bằng $\frac{10}{\sqrt{133}} \approx 0,867 (m/s)$